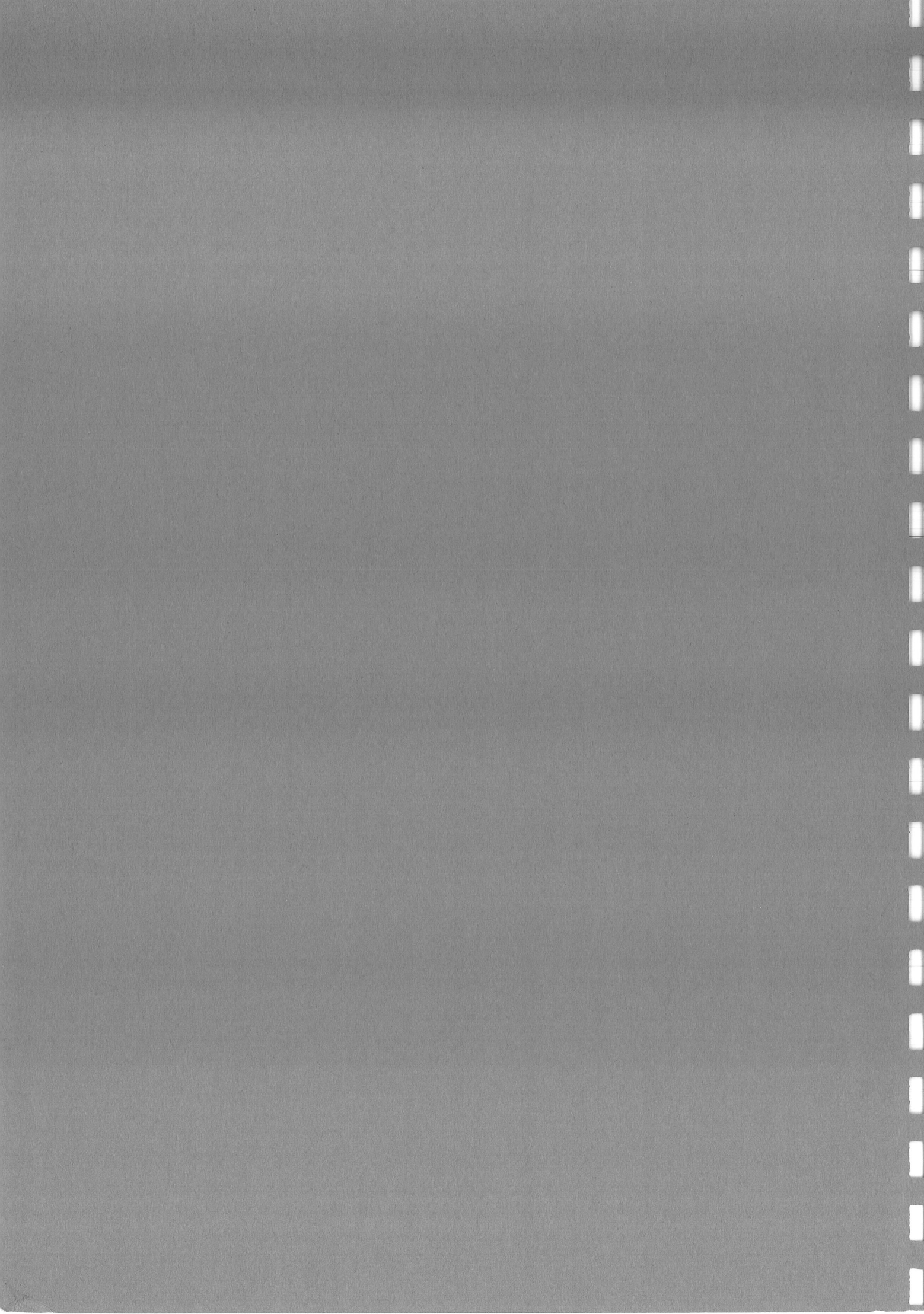


Résistance de Kapitza
Résistance thermique
entre deux solides

Maurice CHAPPELLIER



RESISTANCE DE KAPITZA**RESISTANCE THERMIQUE ENTRE DEUX SOLIDES****PLAN DU COURS****1) Généralités**

- 1.1 historique.
- 1.2 phonons hors équilibre
- 1.3 couplage électrons-phonons

2) Données expérimentales:

- 2.1 diélectrique - diélectrique
- 2.2 métal-diélectrique avec le cas particulier d'un supraconducteur
- 2.3 film métallique - diélectrique
- 2.4 métal - époxy ou métal-plastique
- 2.5 isolant - film d'He (Sabisky et Anderson, Kinder et Dietsche)

3) Modélisation:

- a) désadaptation acoustique
- b) désadaptation diffuse

4) Conclusion**5) Bibliographie sommaire**

1) Généralités

1.1 Historique.

Dans les problèmes habituels de transmission de chaleur la température est une grandeur géométriquement continue, au moins pour un milieu homogène ou lentement variable.

Pour une interface, on s'attend à un saut de température. L'idée, lancée dès 1936 par N.Kurti, Rollin et Simon est que ce saut est négligeable.

Quelques mois après, Keesom et Keesom le déclare considérable.

La confirmation est apparue lors d'expériences réalisées par P. Kapitza en 1941 sur de He II superfluide par la mise en évidence d'un saut marqué en température entre du cuivre et He II. L'expérience est particulièrement nette du fait que l'He II est un très bon conducteur de la chaleur tout comme le cuivre. On mesure clairement le "saut" à l'interface, même avec des thermomètres pas nécessairement placés près de l'interface !

Définition: On appelle résistance de Kapitza la résistance thermique apparaissant à l'interface entre un solide et l'He liquide ou solide.. Nous garderont la même notation R_K pour toute résistance thermique de surface entre deux milieux différents. Si ΔT est l'écart de température

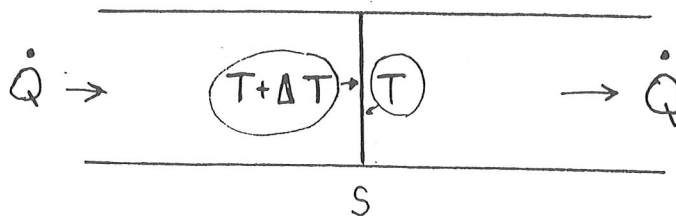


fig1: saut de température à une interface

qui apparait à une interface de surface S lorsqu'une quantité de chaleur \dot{Q} par seconde la traverse la résistance de Kapitza R_K est définie par

$$R_K = \frac{S\Delta T}{\dot{Q}}$$

En 1952 Khalatnikov publie le modèle de la désadaptation acoustique qui est une approximation « optique ». Avec cette approximation, on calcule une résistance thermique considérable qui, heureusement pour le développement de la physique des basses ou très basses températures *n'est pas vérifiée* par plusieurs ordres de grandeur.

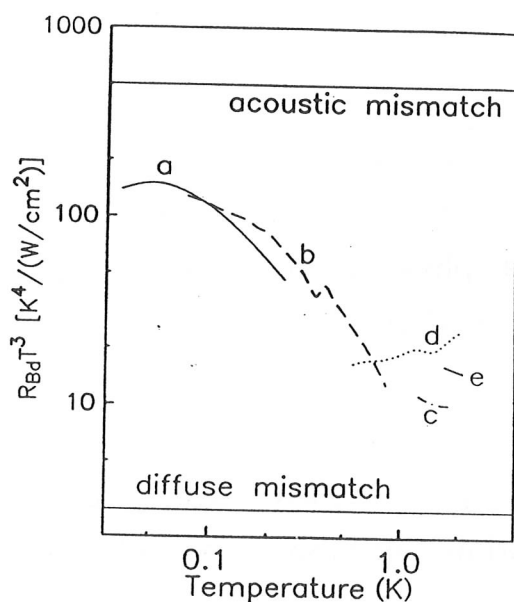


FIG. 1. A few examples of the measured Kapitza resistance between copper and ${}^4\text{He}$, multiplied by T^3 to remove some of the strong temperature dependence. Note the drop in $R_{\text{Bd}} T^3$ with temperature above 0.1 K. The upper solid line is the prediction of the acoustic mismatch model [$500 \text{ K}^4/(\text{W}/\text{cm}^2)$]. The lower solid line is the prediction of the diffuse mismatch model [$2.8 \text{ K}^4/(\text{W}/\text{cm}^2)$]. Both models will be discussed in detail in Sec. II. The prediction of the diffuse mismatch model should not be confused with the prediction of the "perfect match model," otherwise known as the phonon radiation limit, also discussed in Sec. II. The curves are as follows: a, Follinsbee and Anderson, 1974; b, Anderson, Connolly, and Wheatley, 1964 (the kink is not physics, but instead shows the typical irreproducibility of the Kapitza resistance from run to run, even on the same sample); c, Johnson and Little, 1963; d, Guan, 1962; and e, Kapitza, 1941. Below 0.1 K, the measured thermal boundary resistance is expected to approach the prediction of the acoustic mismatch model, if the sample were an insulator with a clean, smooth, and undamaged surface. The electrons in the copper contribute to the transport even at these lowest temperatures by providing a mechanism for phonon attenuation in the solid, due to the electron-phonon interaction. This is discussed in Secs. II and III. We know of no direct measurements of the Kapitza resistance at temperatures below 0.2 K of an insulator with a smooth, clean, and unstrained surface.

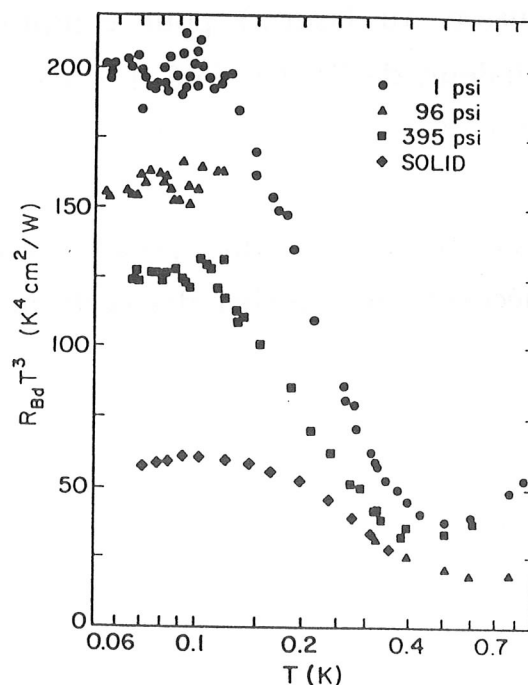


FIG. 2. Measured Kapitza resistance between electropolished copper and ${}^3\text{He}$, multiplied by T^3 to remove some of the strong temperature dependence (adapted from Anderson, Connolly, and Wheatley, 1964). Note the similarity with the ${}^4\text{He}$ data (Fig. 1). The pressure dependence is seen well below 1 K, but near 1 K the Kapitza resistance is nearly pressure independent. The acoustic mismatch prediction for the low-pressure curve is about $1200 \text{ K}^4/(\text{W}/\text{cm}^2)$. The diffuse mismatch prediction for the low-pressure curve is about $2.7 \text{ K}^4/(\text{W}/\text{cm}^2)$.

Cu-He⁴

Cu-He³

Toutefois, bien que le phénomène ait été trouvé expérimentalement en 1941 et que les études de transfert de chaleur soient très nombreuses, la compréhension complète de cette résistance thermique n'est pas encore atteinte malgré d'énormes progrès, tant expérimentaux que théoriques.

Les raisons en sont que c'est un problème de physique :

- * de surface
- * complexe avec de nombreux paramètres pas toujours bien définis ou reproductibles

Il y a d'un côté des expériences où l'on cherche à produire une interface modèle la plus propre possible (cristal clivé sous ultravide, fusion au laser...) pour comprendre la physique du transfert de chaleur, de l'autre côté il y a les nombreux essais plus utilitaires de tous ceux devant refroidir un objet dissipant de la chaleur dans la gamme de température de 4.2 K. à 10 mK ou moins. Le cours est essentiellement conçu pour cette dernière approche, avec peut-être la nécessité de chercher des performances ultimes en faisant les meilleurs choix expérimentaux !!

Je n'aurai pas la prétention, en un couple d'heures de broser un tableau complet des problèmes. Mon ambition est plutôt de présenter quelques données mais surtout d'essayer de donner une vision physique qui permettra de mieux aborder l'étude de ce qui a été fait.

Mais en définitive, seule *vo*tre expérience comptera.

1.2) Phonons hors équilibre

On se rappelle qu'un solide à basse température peut être décrit par un ensemble d'oscillateurs quantifiés. Le nombre d'états possible du système entre la fréquence ω et $\omega+d\omega$ est donné par:

$$\rho(\omega)d\omega = \frac{3V\omega^2 d\omega}{2\pi^2 v^3 \hbar^3}$$

ou V est le volume du système, v la vitesse du son supposée unique (sinon il faut remplacer $3/v^3$ par $1/v_l^3 + 1/v_t^3 + 1/v_t^3$).

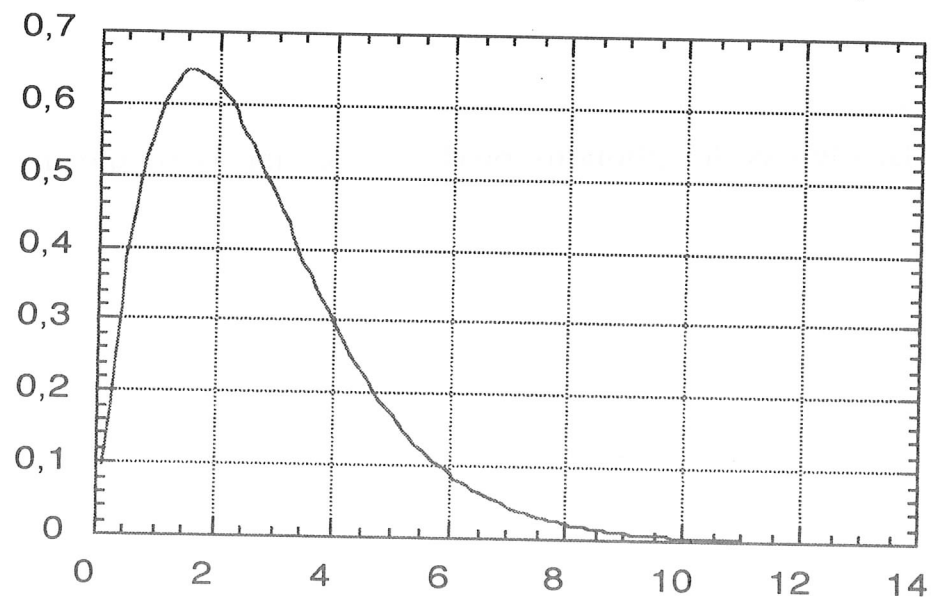
Le taux d'occupation à température T , $p(\omega T)$ est donné par la statistique de Bose-Einstein

$$p(\omega T) = \left[\exp \frac{\hbar \omega}{kT} - 1 \right]^{-1}$$

Le nombre de phonons à l'équilibre thermique entre ω et $\omega + d\omega$

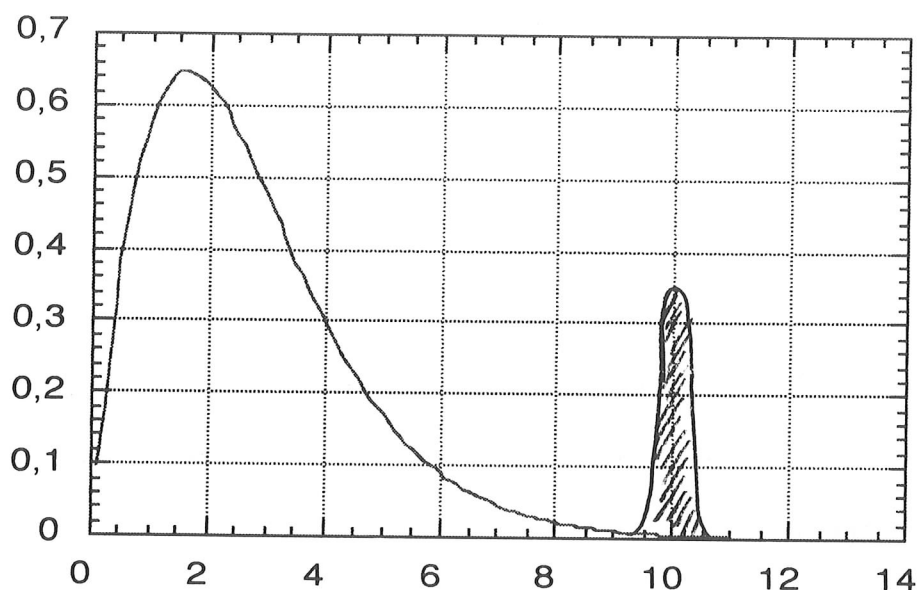
$$\text{s'écrit} \quad n(\omega T) d\omega = p(\omega T) \rho(\omega) d\omega \quad (1)$$

$n(\omega T)$ est représenté par la courbe classique, identique à celle du corps noir, avec un maximum pour $\omega = 1.5 \frac{kT}{\hbar}$ et une pente à l'origine proportionnelle à T



$$\text{Courbe universelle } n(\omega T) \frac{2\pi^2 \hbar^5 k^2 T^2}{3V} = f\left(\frac{kT}{\hbar}\right)$$

La figure suivante montre une situation où dans une bande de phonons autour de ω , le nombre de phonons dépasse la distribution à l'équilibre, c'est une bande de phonons chauds. On peut attribuer à ces phonons de fréquence ω une température fictive T' qui est celle qui donnera leur nombre par la formule (1).



Cette température fictive est celle que ces phonons communiqueraient par exemple à des spins électroniques interagissant avec eux.

Dans le cas des phonons produits par une particule d'énergie E sur un bolomètre, après les cascades de désintégrations des phonons initiaux, nous savons que leurs fréquences se situent dans une bande de 300 à 1000 Ghz. La distribution de fréquence doit être telle que

$$E = \int n(\omega) d\omega$$

ou E est l'énergie de la particule incidente, supposée entièrement transformée en chaleur

1.3 Interaction électrons-phonons

Le déformation de la surface de Fermi par les ondes élastiques est à l'origine du couplage électrons-phonons. Nous renvoyons pour l'approche théorique au second travail expérimental présenté.

Cu A.C.Anderson and R.E.Peterson Phys.Lett 38A, 519 (1972)

Les figures suivantes donnent le schéma de l'expérience très subtile utilisée et les atténuations des phonons longitudinaux et

transversaux dans le cuivre. On se convaincra que la résistance R_2 mesure la température des phonons et R_1 celle des électrons. On remarquera la très faible atténuation des phonons transversaux à toutes températures. Seuls les phonons longitudinaux ont une longueur d'atténuation qui devient petite à 10K ($0.5 \mu\text{m}$). Cela signifie que les phonons transversaux hors équilibres peuvent très bien traverser des films métalliques. Les fortes absorptions attendues ne peuvent provenir que des réflexions à la surface associées à un changement de mode des phonons transversaux vers les phonons longitudinaux.

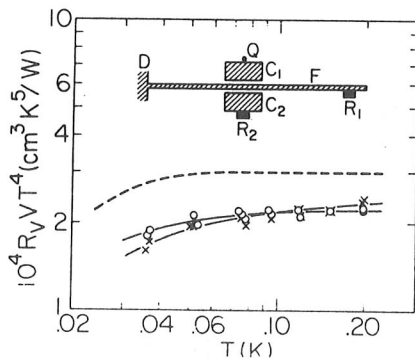


Fig. 1. The electron-phonon thermal resistance R_V , multiplied by V and T^{-4} to remove the volume and most of the temperature dependence, as a function of temperature for two samples. The broken line represents the theory developed in the text. The insert at the top shows the experimental arrangement, D = dilution refrigerator; Q = heater; C_1 , C_2 = copper blocks polished to optical flatness; R_1 , R_2 = resistance thermometers; F = copper foil samples. Mylar of 6×10^{-4} cm thickness electrically isolated C_1 and C_2 from F; epoxy adhesive was used for bonding.

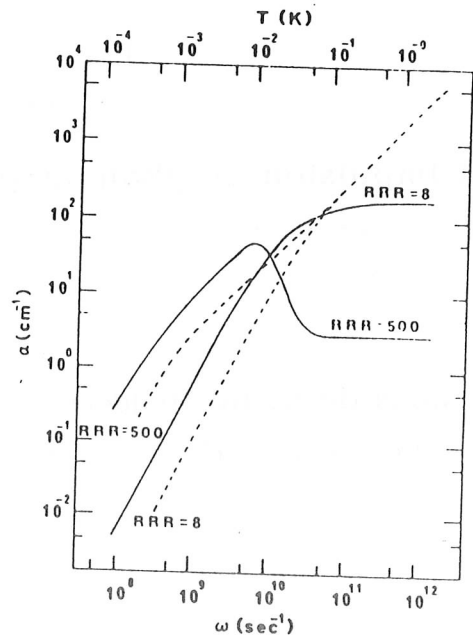


Fig. 7. Attenuation of longitudinal (dashed lines) and transverse (solid lines) phonons by electrons in copper as a function of frequency, as calculated by Peterson and Anderson from Pippard's theory. The results are shown for residual resistance ratios of 8 and 500, corresponding to electron mean free paths of 0.3 and $20 \mu\text{m}$, respectively.

Le résultat utile, entre 40 et 200mK est donné par la formule suivante

$$RVT^4 = 2 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3 \text{ K}^5 \text{ W}^{-1}$$

ou V est le volume de l'échantillon. On peut aussi écrire

$$P = V \cdot 10^9 (T_e^5 - T_p^5)$$

ou P est la puissance dissipée dans les électrons du métal, T_e est la température des électrons et T_p est celle des phonons.

Au-Cu F.C. Wellstood, C. Urbina, and J. Clarke P.R.B 93

Cet article très détaillé donne l'essentiel de la théorie du couplage électrons phonons, avec une très belle expérience de mesure de température par le bruit de Nyquist d'un film d'Au-Cu de 30nm d'épaisseur. (voir cours H. Bouchiat).

Le résultat est donnée par une expression proche de la précédente:

$$P = (2.4 \pm 0.6) \text{ V} \cdot 10^9 (T_e^5 - T_p^5)$$

1.4 Impulsion de phonons par chauffage de films.

N. Perrin and H. Budd Phys. Rev. Lett 28 1701 (1972)

W.E. Bron and W. Grill Phys Rev 16 5303 and 5315 (1977)

Ce sujet déjà ancien est d'importance si on veut produire des phonons de haute fréquence par chauffage. Notons qu'on ne pourra notablement chauffer (à $T=10$ K ou 20K) un film d'un substrat à basse température qu' à l'aide d'un laser .Un film métallique de 50 ohm de taille raisonnable aura toujours une chaleur spécifique trop élevée et nécessiterait une quantité de chaleur qui ferait dépasser l'absorbeur et son thermometre de la zone linéaire.

La question posée est de savoir si on peut représenter la distribution de phonon comme résultant d'une simple température. La réponse n'est pas aussi simple à cause de l'interaction électrons phonons et du rayonnement du gaz de phonons vers l'absorbeur qui dépendent tous deux de la fréquence des phonons.

Les figures suivantes donnent les résultats du calcul théorique de N. Perrin et H. Budd qui traite de situation stationnaire et des mesures de W.E. Bron et W. Grill , qui comparent leur résultats à la théorie précédente ou au modèle de la désadaptation acoustique.

On notera que ces expériences se font à des puissances surfaciques considérables(12 watt par mm²) et à une température de bain de 4.2K

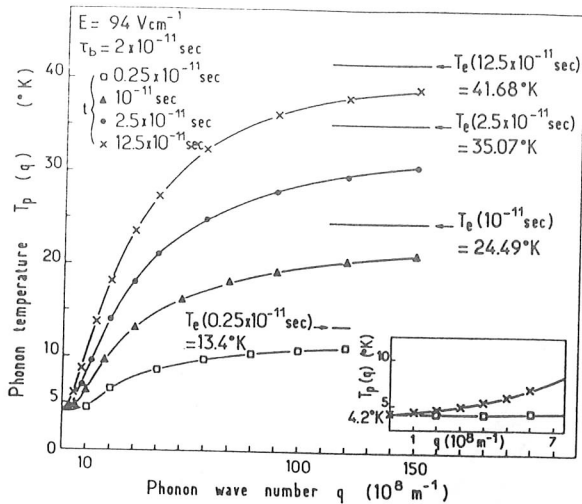


FIG. 3. Phonon temperature $T_p(q)$ versus wave number q at different times, and the corresponding electron temperature.

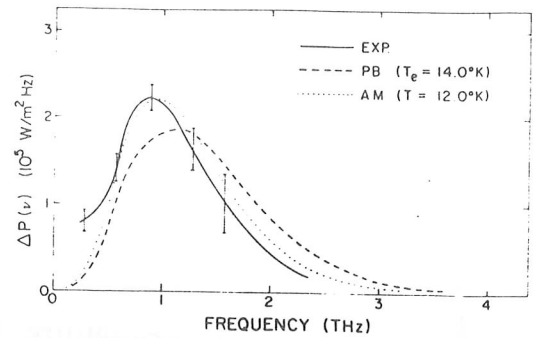


FIG. 5. Comparison of the experimentally determined differential spectral energy flux to those obtained from the AM and PB models. Each function has been normalized to the input power of 12.5 W/mm^2 . In this figure, and in Figs. 6 and 7, the vertical bars are representative of the uncertainty in $\Delta P(\nu)$ in the frequency region in which they are drawn. The actual curve for the experimental $\Delta P(\nu)$ is determined over its entire range with points spaced 0.02 THz apart.

2) Données expérimentales.

2.1) diélectrique-diélectrique

Il n'existe à ma connaissance que très peu de données à très basse température. Il est néanmoins admis que la théorie de la désadaptation acoustique représente bien la transmission de chaleur.

voir Simons J Phys C 4048 (1974)

voir aussi M.N.Wybourne et al J.Phys.C,17(1984) L607

Le dernier article montre essentiellement que la réflexion spéculaire des phonons thermiques sur une surface de saphir peut être augmentée par un facteur 10 à 1K par une préparation très soignée de la surface.

2.2. isolant-métal (pur ou alliage)

2.2.1) Compilation

Nous présentons tout d'abord la compilation extraite du livre de O.V.Lounasmaa (1974). On notera que cette compilation date et qu'elle comporte peu d'exemples solide- solide.

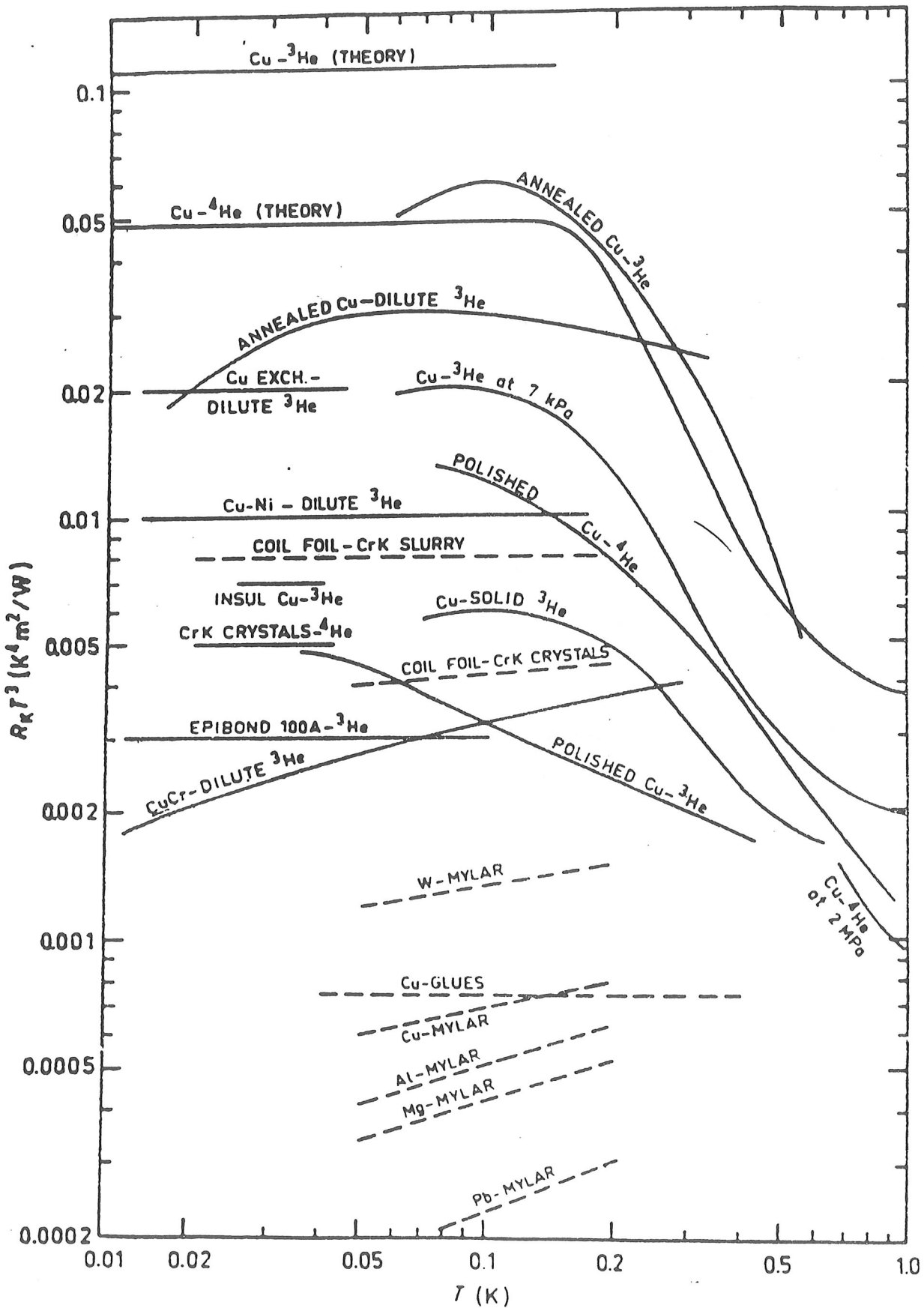


Fig. 9.11. The Kapitza thermal boundary resistivity ($\check{R}_K T^3 = R_K A T^3$) between liquid ³He or ⁴He and various solids. Some solid-solid boundary resistivities (dashed lines) have been included. The figure was compiled by Lähtenmäki (1973).

2.2.2) Indium sur saphir (1976)

Schmidt et Umlauf JLTP 22,597

Ce cas devait être intéressant pour deux raisons. La première est que l'indium adhère assez bien sur le saphir, et donc on s'attendait à des expériences reproductibles. La seconde est que l'indium est supraconducteur et que l'on peut par l'application d'un champs magnétique supprimer cette supraconductibilité. Le dispositif expérimental et les résultats sont présentés fig 3 et fig 4.

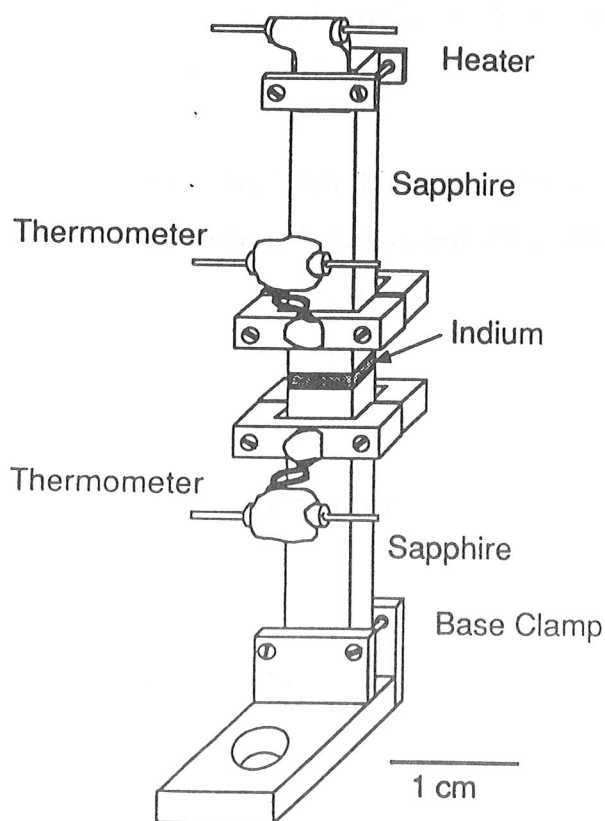


FIG. 3. Experimental geometry used for measuring the thermal boundary resistance between indium and sapphire (Schmidt and Umlauf, 1976). The indium is vapor deposited or ultrasonically soldered onto each sapphire cylinder, and the coated cylinders are vacuum melted together with a (few mm thick) disk of indium between the cylinders.

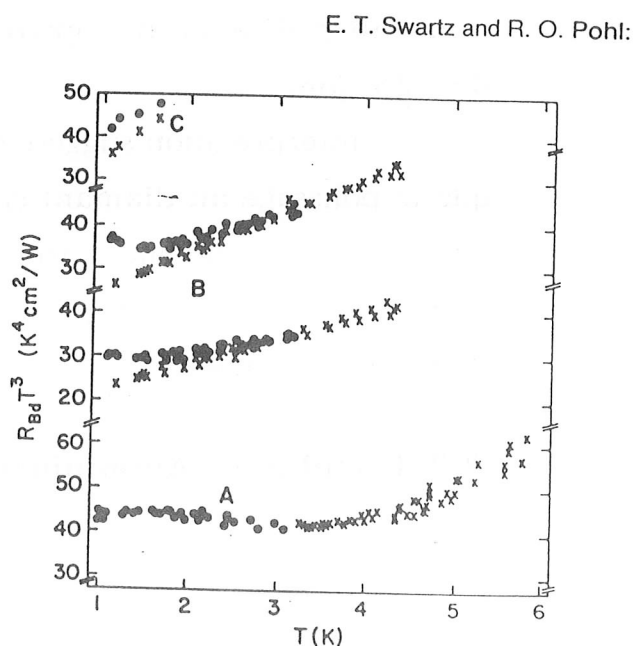


FIG. 4. Thermal boundary resistance between indium and sapphire multiplied by the cube of temperature to remove the strong temperature dependence (adapted from Schmidt and Umlauf, 1976). \times , normal indium; \bullet superconducting indium. The two sets of data labeled *B* are for a roughened sapphire surface. *A* and *C* are for smooth sapphire surfaces with different indium thicknesses. Acoustic mismatch theory predicts a flat line at $20.4 \text{ cm}^2 \text{ K}^4 / \text{W}$.

Les auteurs notent une **mauvaise reproductibilité**, des valeurs un peu supérieures aux valeurs prédites par la désadaptation acoustique et le fait que R_k est 30% plus bas quand le métal est normal. L'interprétation de ce dernier point est que l'état supraconducteur diminue la conductibilité dans le métal et que l'on mesure plus mal

les températures à l'interface . D'une façon générale, les interfaces présentent des défauts non controlables qui vont diffuser les phonons incidents.

2.2.3) Plomb sur saphir Nitsch et Schumann JLTP.39,119(1980)

Contrairement au cas précédent on ne trouve pas de différences significative entre état normal ou supraconducteur.

RT^3 est constant en dessous de 10K. De plus la valeur de $R_k T^3$, est à moins d'un facteur 2 de la valeur théorique pour le meilleur poli(diamant 3 μm) et augmente d'un facteur 3 pour un poli avec des grains de 30 μm et de 6 avec des grains de 125 μm .

L'interprétation suggéré dans l'article de Swartz et Pohl (S&P) est que le polissage au diamant crée des défauts à la surface du saphir et aussi plus profondément sous la surface, et ce d'autant plus que le grain du diamant est gros. Ces défauts augmentent la résistance thermique mesurée.

2.2.4 Saphir et Aluminium Sahling et al.J.L.T.P.45,457(1981)

Ce sont les seules mesures où la température atteint 100mK . Elles sont en remarquable accord avec la valeur théorique. Une observation intéressante est que R_k augmente énormément quand Al devient supraconducteur. $R_k T^3$ augmente quand T diminue et atteint un maximum quand $T=0.13\text{K}$, 100 fois la valeur à 1K puis $R_k T^3$ diminue si on abaisse encore la température.L'explication en a été donné en utilisant la théorie de Zelikman et Spivak, Sov.Phys. JETP 49,377(1979) , qui montrent que les électrons normaux du métal supraconducteur sont découplés des phonons. Cet exemple montre la possibilité de bains à des températures différentes.

2.3 film métallique - diélectrique.

Cette situation est intéressante pour la mesure de la température d'un cristal, par exemple un bolomètre, mais aussi pour les expériences de chauffage en continu ou en impulsion de ce même cristal pour mesurer sa chaleur spécifique et son couplage au bain. Nous décriront quelques expériences donnant des informations sur ce type de couplage.

2.3.1 Constantan sur MgO dopé Fe^{3+} Wigmore J.K. Phys Rev B5,700 (1972)

Cette expérience permet, par l'application d'un champ magnétique, d'appliquer une absorption sélective en fréquence des phonons balistiques émis par un film chauffé en impulsion. L'analyse de l'amplitude du signal détecté en fonction du champ magnétique appliqué permet d'en déduire le spectre d'émission du film chauffé.

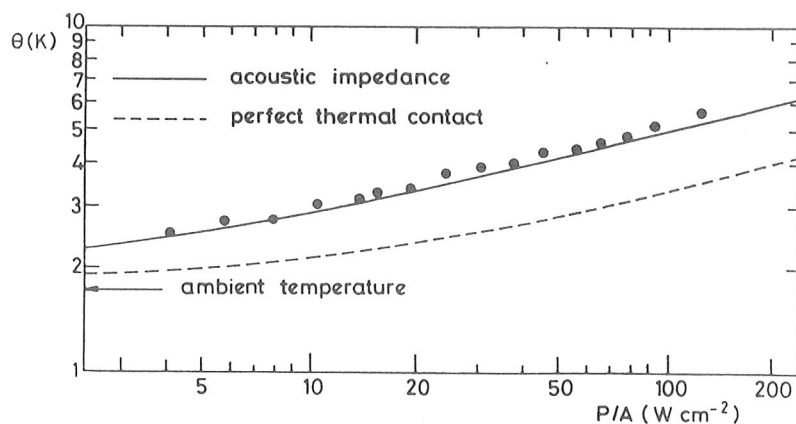
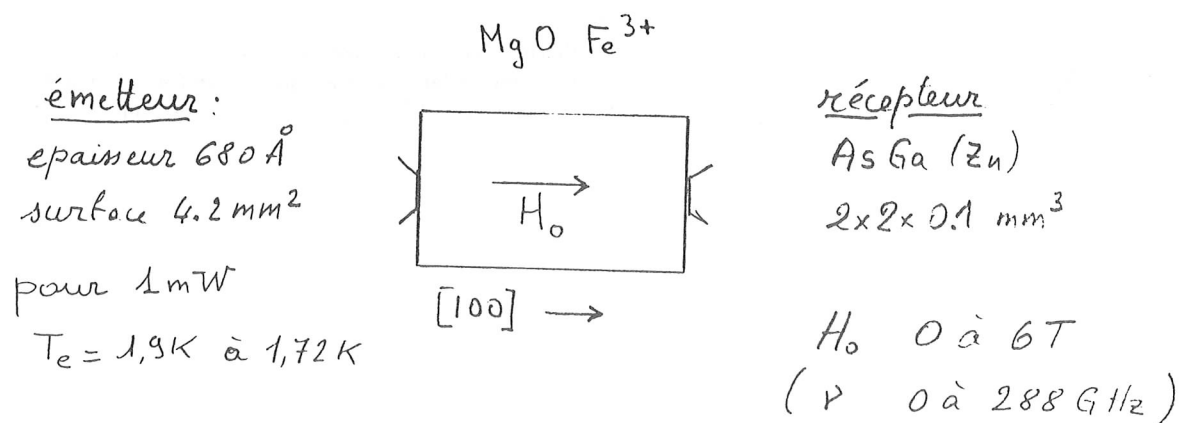


FIG. 2. Values of heat-pulse temperature θ obtained from the experimental data of Fig. 1 plotted against generator power per unit area P/A . Also shown are theoretical curves calculated using the acoustic-impedance and perfect-thermal-contact models.

2.3.2 Rh Fe sur saphir et quartz
51,200 (1987) et papier de revue.

Swartz et Pohl Appl.Phys. Lett

Ces expériences sont faites avec un élément chauffant qui est son propre thermomètre, *un film de RhFe* dont la résistance décroît de façon monotone avec la température de l'ambiante à .5K . Les auteurs ont mesurés avec précision le couplage thermique en fonction de l'état de surface. L'ordre de grandeur ne change pas, même si l'on voit clairement l'effet du polissage sur la résistance thermique

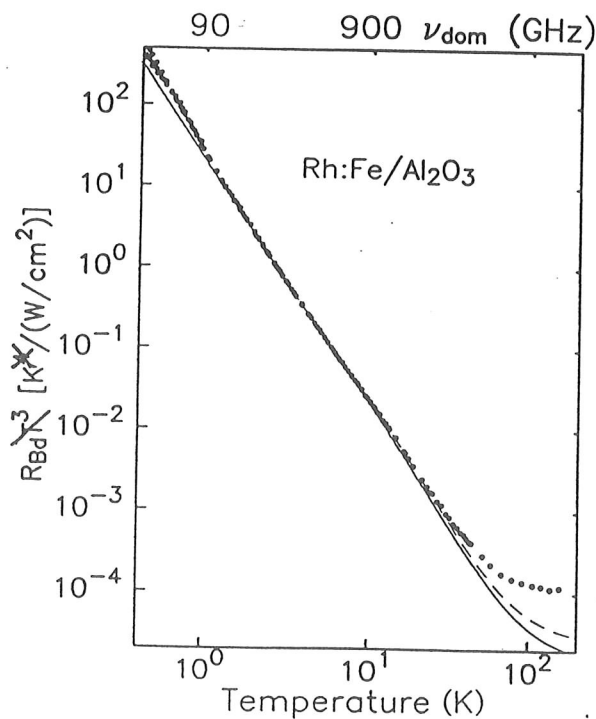


FIG. 6. Thermal boundary resistance between Rh:Fe and sapphire plotted log-log vs temperature. The surface of the sapphire substrate was as received (Syton-polished by the supplier). The substrate was sequentially soaked in heated acetone, in a heated 1:1:1 solution of $\text{NH}_4\text{OH}:\text{H}_2\text{O}_2:\text{H}_2\text{O}$, and in distilled H_2O , immediately before loading into a dc sputtering chamber for the Rh:Fe deposition. The solid line represents the acoustic mismatch prediction, the dashed curve the diffuse mismatch prediction. Note the agreement over 6 orders of magnitude of the thermal boundary resistance. The small rise in the boundary resistance relative to the solid curve below a few kelvin is due to the effects of incomplete electron-phonon thermalization (the electrons are hotter than the phonons during the measurement at temperatures below or about 1 K). See the caption of Fig. 32 for more information. The enhancement of the measured resistance above 50 K is caused by substrate damage in the sapphire, as discussed in Sec. IV.C.2 (from Swartz and Pohl, 1987). The frequency scale at the top of the graph marks the dominant phonon frequency $\nu_{\text{dom}} = (90 \text{ GHz/K})T$ (Klitsner and Pohl, 1987), i.e., the frequency of the phonons that carry most of the heat at a given temperature T , in the Debye approximation.

Rev. Mod. Phys., Vol. 61, No. 3, July 1989

L'accord avec le modèle de désadaptation acoustique est tout à fait remarquable en dessous de 10K. On voit apparaître les défauts diffuseurs au delà de 30K. On notera aussi la qualité du polissage sans défaut avec un abrasif doux comme le Syton.

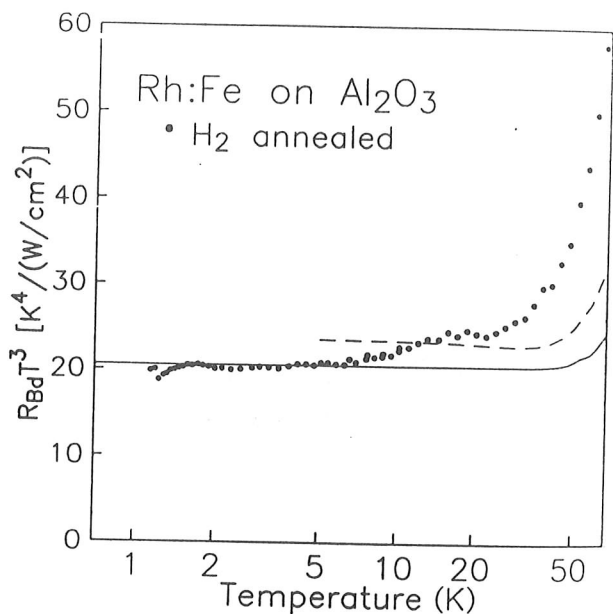


FIG. 32. Thermal boundary resistance between Rh:Fe and hydrogen chemically polished sapphire: solid curve, prediction of the acoustic mismatch model; dashed curve, prediction of the diffuse mismatch model. The measured boundary resistance for this and the following three figures depends linearly on the measured widths of the Rh:Fe strips. We estimate the uncertainty of the widths at about 5%. In these plots of the boundary resistance between Rh:Fe and sapphire or quartz (except the log-log plot of Fig. 6), the thermal resistance resulting from the finite thermal transport between the electrons and the phonons in the Rh:Fe film has been fit and subtracted from the data. The analysis is discussed by Swartz (1987). The expected temperature dependence ($R_{ep} T^{-4}$) of the electron-phonon thermal resistance was clearly seen in the data for all the samples, but the prefactor R_{ep} was reproducible only to within a factor of 2 or 3 from sample to sample. R_{ep} was on the same order as that for a thin film of copper, measured by Roukes (1985); see also Roukes *et al.* (1985).

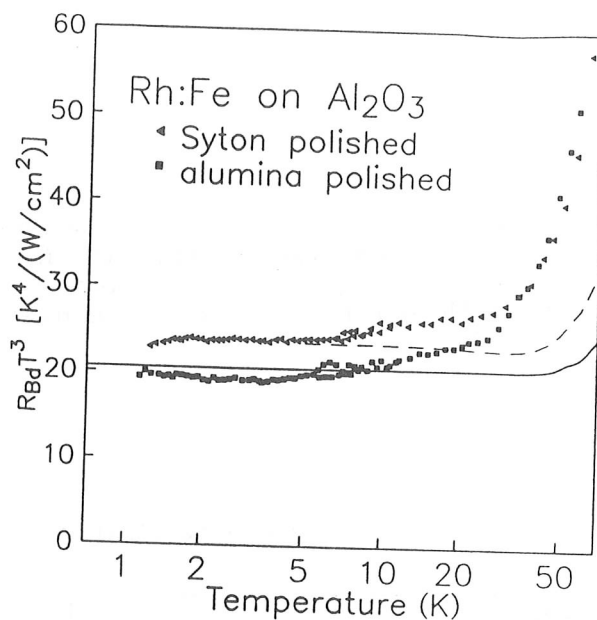


FIG. 33. Thermal boundary resistance between Rh:Fe and Syton-polished sapphire, and between Rh:Fe and alumina-polished sapphire. The effects of the electron-phonon thermal resistance have been subtracted. Solid curve, prediction of the acoustic mismatch model; dashed curve, prediction of the diffuse mismatch model. From Swartz (1987).

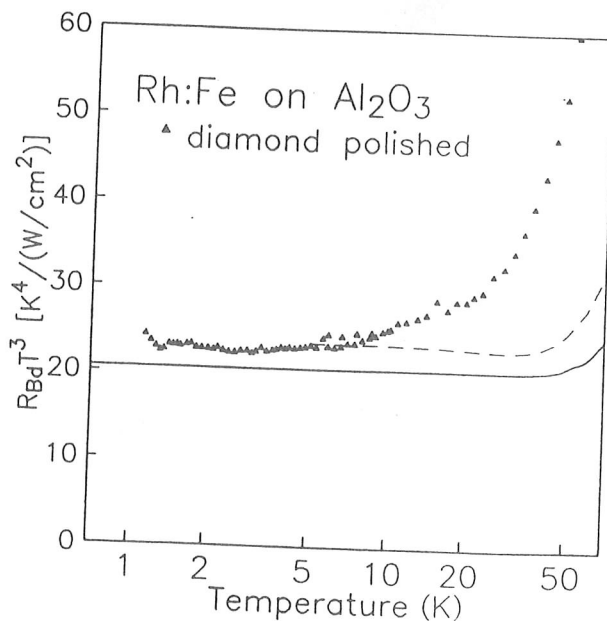


FIG. 34. Thermal boundary resistance between Rh:Fe and diamond-polished sapphire. The effects of the electron-phonon thermal resistance have been subtracted. Solid curve, prediction of the acoustic mismatch model; dashed curve, prediction of the diffuse mismatch model. From Swartz (1987).

Le même type de mesure existe sur du quartz avec une allure tout à fait semblable. Nous donnons aussi les résultats d'interfaces composites

FIG. 35. Thermal boundary resistance between Rh:Fe and quartz. The solid curve represents both the diffuse mismatch model prediction and the acoustic mismatch model prediction; they coincide in this case. Note the quantitative agreement with either prediction at temperatures up to over 15 K, indicating that diffuse scattering, which must be present at some temperature well below 15 K, has no effect at this interface. From Swartz (1987).

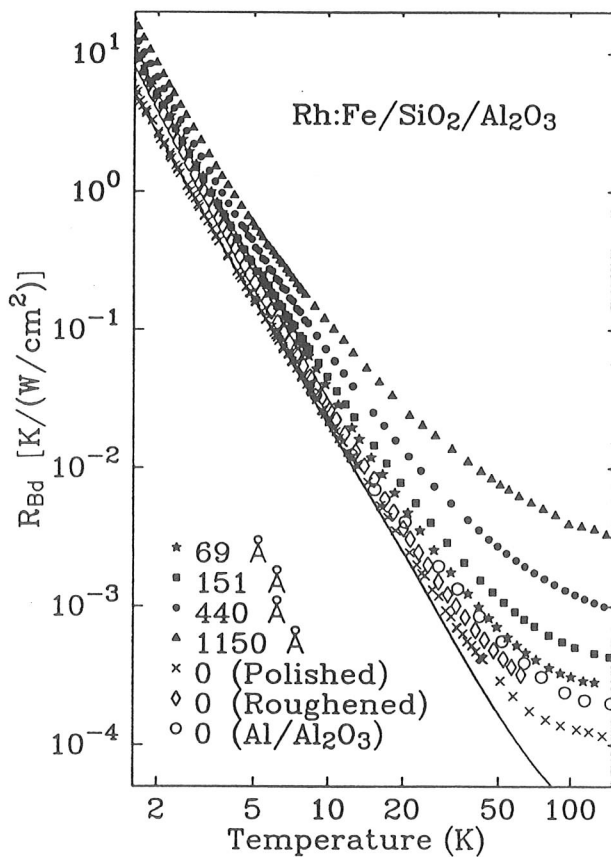
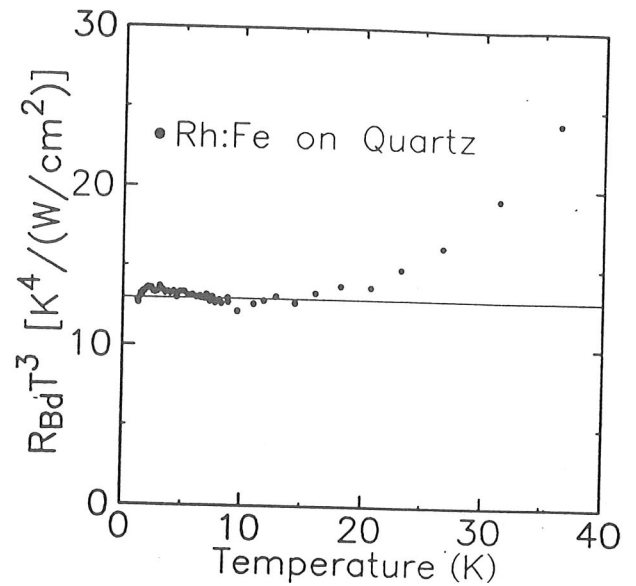


FIG. 36. The measured total effective thermal boundary resistance for a series of interfaces with oxide interlayers of varying thickness: \diamond , thermal boundary resistance between Rh:Fe and diamond-polished sapphire; \circ , thermal boundary resistance between aluminum and sapphire when the surface of the sapphire is damaged by Ar^+ ion bombardment; solid curve, thermal boundary resistance at a single Rh:Fe/sapphire interface predicted using the acoustic mismatch model. The boundary resistance between aluminum and sapphire is about the same as between Rh:Fe and sapphire (see Table II); the solid curve thus also represents the predicted boundary resistance at a single aluminum/sapphire interface. From Swartz (1987).

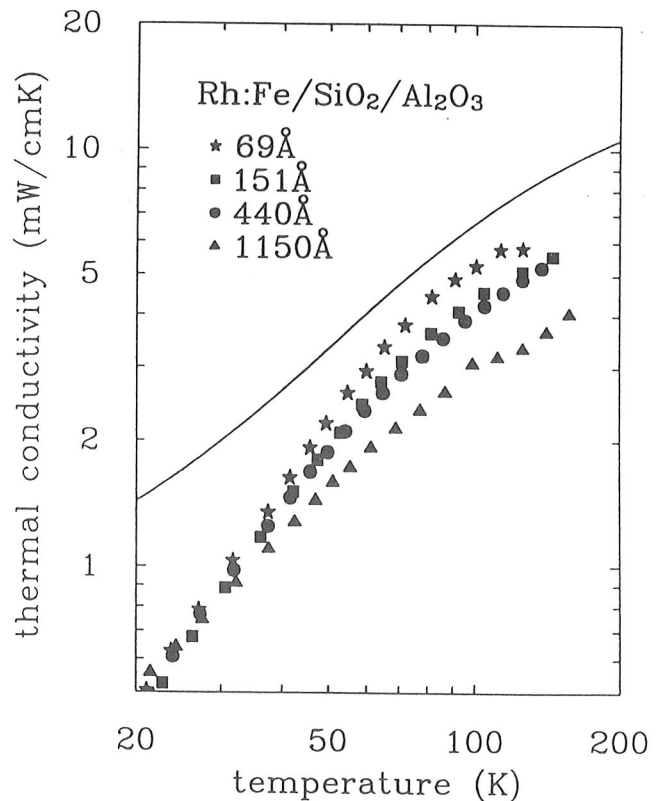


FIG. 37. Thermal conductivity of thin amorphous SiO₂ layers derived from measurements shown in Fig. 36. The solid curve is the thermal conductivity of bulk amorphous SiO₂ (Cahill and Pohl, 1987). Note the drop in thermal conductivity with increasing film thickness, indicating an increase of disorder with increasing film thickness (Swartz and Pohl, 1987).

2.4 Métal-verniss-diélectrique, époxy- métal ou plastique-métal

2.4.1 Cuivre-graisse Apiezon-cristaux diélectriques J.P.Harrison
Rev.Sci.Inst.39,145 (1968)

La résistance thermique totale de ce joint est

$$R_k T^3 = 1000 \text{ W deg}^{-4} \text{ entre } 0.05\text{K et } 2\text{K} .$$

Cette valeur est étonnamment reproductible. Le serrage s'effectue par un ressort relativement dure en bronze au phosphore, avec de l'Indium, metal très mou et supraconducteur. Elle est 2 ordres de grandeur plus petite que celle que l'on calculerait naïvement. Cette valeur intéressante sur le plan pratique, montre les effets considérables des imperfections qui *diminuent la résistance théorique*.

2.4.2 Cu- epoxy Matsumoto, Reynolds, Anderson
Phys. Rev.B 16 , 3303 (1977)

L'expérience mesure une double interface Cu époxy Cu avec une couche d'époxy d'épaisseur variable Les résultats sont bien reproductible.. Le modèle de désadaptation acoustique marche bien à très basse température ($T < 50\text{mK}$) mais dès 100mK la valeur de $R_k T^3$ est 2 fois trop grande et 100 fois trop grande à 1K . Le problème n'est en fait pas si simple car les résistances thermiques ne s'ajoutent pas de façons directes. L'analyse qui donne le meilleur accord avec l'expérience montre que l'époxy de structure amorphe joue un rôle de filtre passe bas permettant seulement aux phonons de fréquences $< 25\text{Ghz}$ de passer.

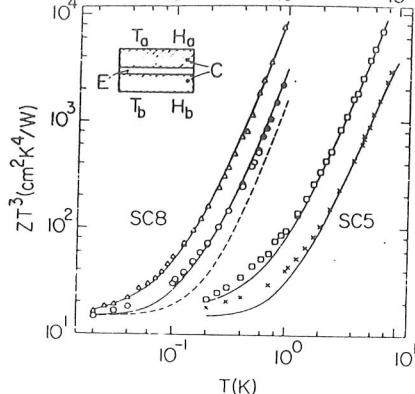


FIG. 1. Thermal impedance Z , vs temperature T , across the copper-epoxy-copper sandwich shown schematically in the inset. Z has been multiplied by T^3 to remove much of the temperature dependence. C -copper plates (upper plate attached to refrigerator), E -epoxy layer, T -resistance thermometers, H -electrical heaters. Epoxy SC5 (lower scale): \square -thick epoxy layer, \times -thin layer. Epoxy SC8 (upper scale): Δ -thick layer, \bullet and \circ -thin layer (two samples). The dashed line is the result of a calculation for the thin-layer SC8 samples using Eq. (1). The solid lines are calculated as discussed in Sec. III.

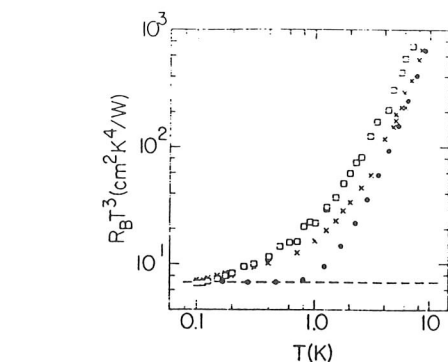


FIG. 2. Apparent boundary resistance R_B of a copper-epoxy (SC5) interface as deduced from Eq. (1) using measured parameters only. \square -thick epoxy layer, \times -thin layer. The same behavior is found for epoxy SC8. The dashed line has been calculated using the acoustic-mismatch theory, again with no adjustable parameters. The dotted curve is explained in Sec. III.

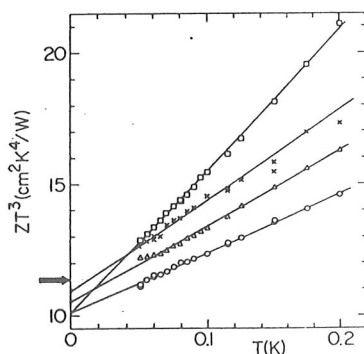


FIG. 4. Measured thermal impedance Z across Cu-epoxy-Cu sandwiches (same symbols as Fig. 1) multiplied by T^3 and extrapolated to $T=0$. The zero of the vertical scale is suppressed. The arrow indicates the value calculated from the acoustic-mismatch theory using no adjustable parameters.

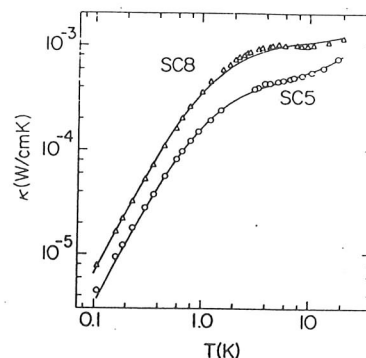


FIG. 3. Thermal conductivity κ vs temperature for epoxy SC8 (Δ) and epoxy SC5 (\circ). The solid lines are calculated using the phonon mean free paths shown in Fig. 5.

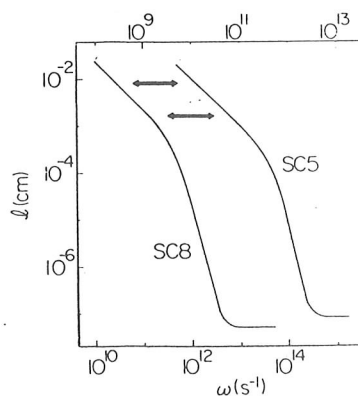
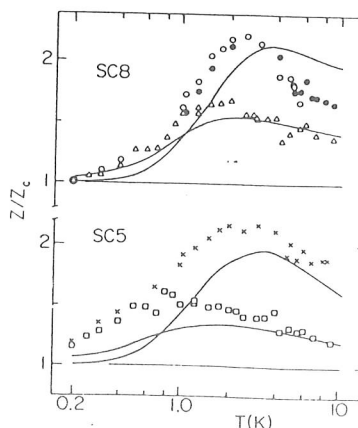


FIG. 5. Phonon mean free path l vs angular frequency ω in SC8 (bottom scale) and SC5 (upper scale) based on Eq. (2). The arrows indicate the thicknesses of the epoxy layers used in the Cu-epoxy-Cu sandwiches.

FIG. 6. Thermal impedances of Cu-epoxy-Cu sandwiches normalized to values Z_c calculated from Eq. (1). The horizontal line at $Z/Z_c = 1$ represents agreement with Eq. (1). Individual data (same symbols as Fig. 1) are experimentally measured values of Z . The solid curves are calculated using Eq. (4).



2.4.3 métal ou saphir-epoxy chargée-métal ou saphir

Anderson et Rauch Journ. of Applied Physics 41,3648 (1970)

A température \gg quelques K la conductibilité thermique d'une epoxy peut être améliorée si on la charge de poudre métallique de Cu Ag ou saphir mais à température inférieure la résistance de Kapitza entre grains métalliques et époxy élimine l'effet de conductibilité des grains. On peut ainsi avoir avantage à utiliser de l'époxy pure pour des très basses température pour améliorer le transfert thermique. La loi de Widemann-Franz n'est pas applicable dans ce cas.

2.5 Isolant -film d'He.

2.5.1 Expériences de Sabisky et Anderson de détection de phonons de haute fréquence.

Phys.Rev. Lett 24,19 (1970)

L'idée a été publiée dès 1966 que l'on pourrait étudier des phonons de fréquence élevés par interaction avec des ions paramagnétiques bien choisis. Si on inverse la population des ions, alors on pourrait avoir l'équivalent en phonon du laser à photon. Ceci nécessite des conditions difficiles pour « maser ». On peut au moins provoquer une avalanche de phonons par saturation d'une raie paramagnétique qui émettra des phonons à sa fréquence de résonance, par effet direct (qui permet à un spin électronique de passer du niveau haut au niveau bas en émettant un phonon de la même énergie). Ces phonons se propagent et peuvent à leur tour saturer la résonance. Comme cette fréquence de résonance est en général proportionnel au champs appliqué, on a là le moyen de parcourir le spectre de phonon du cristal choisi. C'est ce qu'ont fait Sabisky et Anderson (Phys Rev Lett 21, no14 sept 1968) en travaillant sur du CaF_2 dopé au Tu^{+2} . On peut de plus contrôler l'aimantation des ions par l'absorption optique.

Cette aimantation, à l'équilibre donne la température des phonons. Sabisky et Anderson ont ensuite utilisé ce système pour mesurer le taux d'échappement de ces phonons en surface d'un cristal

,taux qui varie avec l'épaisseur de la couche d'He qui se trouve sur le cristal et pour une fréquence donnée des phonons. On peut donc mesurer par interférence l'épaisseur de l'He. Nous renvoyons nos lecteurs à la publication originale.

2.5.2 Conversions de phonons sur de l'He adsorbé

Kinder et Dietsche Phys.Rev .Lett. 33, 2 Sept (1974)

Suivant l'expérience de Sabisky et Anderson, Kinder et Dietsche ont réalisé une expérience de mesure de réflexion de phonons de haute fréquence sur une surface ayant un film d'He de plus en plus épais. Ils ont montré que dès 3 couches d'He il y avait une très forte absorption des phonons transversaux de fréquences élevés (130 à 870 Ghz) c.a.d. inférieure aux fréquences de rotons mais jusqu'à des fréquences supérieures au maximum de la courbe de dispersion de He. Ces phonons passaient dans l'He directement. Ceci montre pourquoi la résistance de Kapitza est toujours beaucoup plus faible que la valeur calculée à partir du modèle de la désadaptation acoustique. Nous montrons l'amplitude due aux phonons réfléchis à la surface « mouillée » par un film d'He, en fonction de l'épaisseur de la couche d'He.

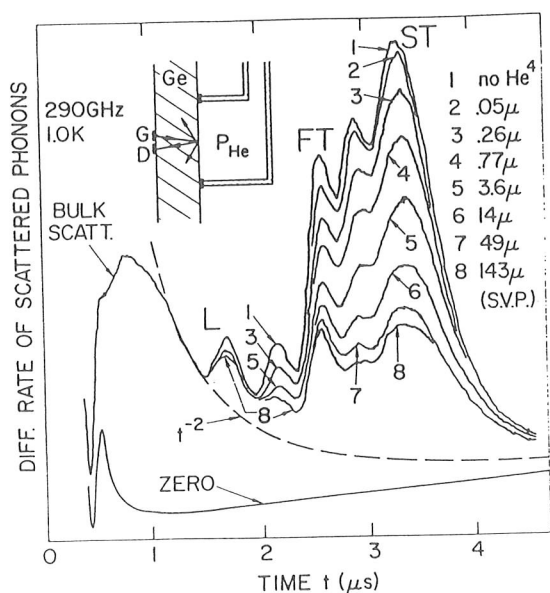


FIG. 1. Phonon echoes scattered from solid surface without helium (trace 1), with He⁴ films (traces 2-7), and with bulk liquid at surface (trace 8). L, longitudinal; FT, fast transverse; ST, slow transverse echo. Inset shows sample with generator and detector junctions and vacuum chamber.

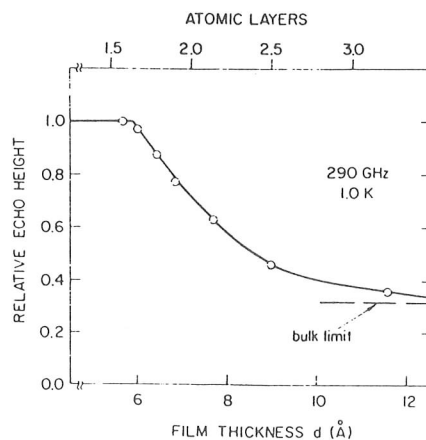


FIG. 2. ST echo height versus absolute helium film thickness. Upper scale shows thickness in atomic layers. At 3 atomic layers the bulk limit is almost reached.

3) Modélisation

Le problème posé maintenant est celui de la transmission de chaleur Q du solide au liquide. Le fait physique toujours observé est une distribution de température avec un saut à la surface.

Nous avons donc un milieu solide, où la chaleur se propage sous forme de phonons, longitudinaux et transversaux (2). Remarquons de suite que les vitesses de ces phonons sont très différentes.

Si R_k est la résistance de Kapitza, h_k est son inverse. Nous allons présenter quelques éléments de calcul de cette résistance dans 2 cas particuliers.

- | | |
|---------------------------------|---------------------------|
| (1) La désadaptation acoustique | (mismatch theory) |
| (2) La désadaptation diffuse | (diffuse mismatch theory) |

La première suppose une interface "optique", la seconde que tous les phonons arrivant sur une surface soient diffusés. La réalité, comme nous le verrons plus tard est entre les deux !!

Comment "calculer" la chaleur transmise par une différence de températures entre les deux milieux ?

Appelons α la probabilité pour qu'un phonon incident sur la surface S traverse cette interface. Supposons aussi α indépendant de T . Il reste une dépendance en ω , θ et j , mode de phonon.

Ce faisant nous interdisons les interactions anharmoniques. L'avantage de la méthode est de ne nécessiter que le calcul des phonons d'un solide.

Quand $T_2 = T_1$, il n'y a aucune transmission de chaleur.

Il suffit alors de calculer

$$Q_{1 \rightarrow 2}(T_1) - Q_{1 \rightarrow 2}(T_2)$$

$$\frac{\dots}{S(T_1 - T_2)}$$

On peut écrire
$$\frac{Q_{1 \rightarrow 2}}{A} = \frac{1}{2} \sum_j \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\omega_{\max}} N_{ij}(\omega, T) \hbar \omega c_{ij} * \alpha_{1 \rightarrow 2}(\theta, j\omega) \cos \theta \sin \theta d\theta$$

Le problème est résolu en principe si les α sont connus !!

Modèle a) : on suppose que l'interface est régit par les lois de l'élasticité

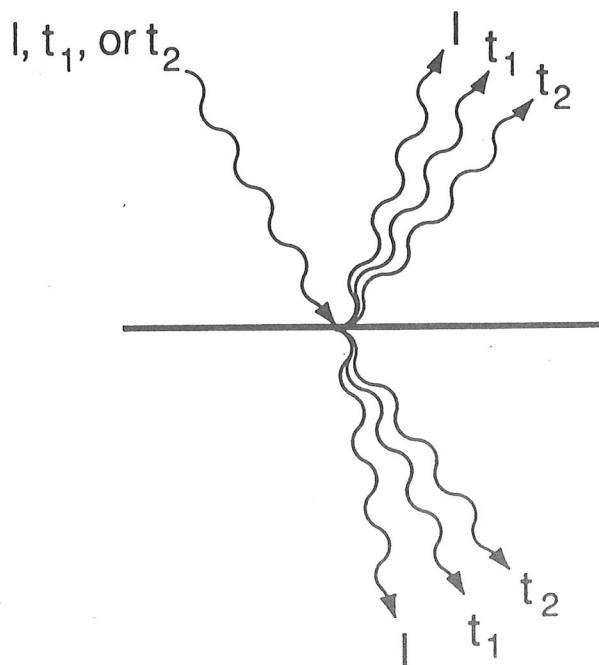


FIG. 12. Schematic of the many possibilities within the framework of the acoustic mismatch model for phonons incident on an interface. The picture simplifies if one of the sides is liquid helium; there are no transverse modes on that side.

Si on décrit l'impédance acoustique $Z_i = c_i * \rho_i$ la théorie de l'élasticité

donne $\alpha_{1 \rightarrow 2} = 4Z_1 Z_2 / (Z_1 + Z_2)^2$

En supposant que le solide est représenté par un solide de Debye isotrope, on aura

Si on décrit l'impédance acoustique $Z_i = c_i * \rho_i$ la théorie de l'élasticité

$$\alpha_{1 \rightarrow 2} = 4Z_1 Z_2 / (Z_1 + Z_2)^2$$

En supposant que le solide est représenté par un solide de Debye isotrope. on aura

$$N_{1,j}^{\text{Debye}}(\omega, T) d\omega = \frac{\omega^2 d\omega}{2\pi^2 c_{1,j}^3 [\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1]}$$

With

$$\Gamma_{1,j} = \int_0^{\pi/2} \alpha_{1 \rightarrow 2}(\theta, j) \cos\theta \sin\theta d\theta, \quad (2.10)$$

Eqs. (2.7) and (2.8) can be rewritten as

$$h_{\text{Bd}} = \frac{1}{2} \sum_j c_{1,j} \Gamma_{1,j} \int_0^{\omega_1^{\text{Debye}}} \hbar\omega \frac{dN_{1,j}(\omega, T)}{dT} d\omega. \quad (2.11)$$

At low temperatures, the usual approximation of setting the upper limit in the frequency integral to infinity is made, and the integral can be done. [The integral turns out to be the same one as in the calculation of the Debye heat capacity (Debye, 1912).] The answer is

$$\begin{aligned} R_{\text{Bd}} &= \left[\frac{\pi^2}{15} \frac{k_B^4}{\hbar^3} \left[\sum_j c_{1,j}^{-2} \Gamma_{1,j} \right] \right]^{-1} T^{-3} \\ &= \left[2.04 \times 10^{10} \left[\sum_j c_{1,j}^{-2} \Gamma_{1,j} \right] \right]^{-1} \\ &\quad \times T^{-3} \left[\frac{\text{sec}^2}{\text{cm}^2} \text{K}^3 \frac{\text{K}}{\text{W/cm}^2} \right]. \end{aligned} \quad (2.12)$$

The Γ 's have been calculated numerically and are available in the form of tables (Cheeke, Ettinger, and Hebral, 1976) and in the form of a computer (FORTRAN) program (Peterson, 1973).

R_{Bd} can be approximated as $(\frac{1}{4} C c \alpha)^{-1}$, where C is the Debye specific heat, c is the Debye phonon velocity, and α is an appropriately averaged transmission probability.

b) désadaptation diffuse:

L'hypothèse de base du cas précédent est qu'il n'y a aucune diffusion à l'interface. Il est connu qu'il y a de la diffusion pour des phonons de haute fréquence (>100 Ghz), sauf si le cristal est clivé in situ. Ces nouveaux canaux de passage de l'énergie diminuent la résistance de Kapitza observée. On conçoit bien que l'on tende vers le cas précédent quand la température devient très basse et que la longueur d'onde des phonons augmentent.

Nous allons donner les éléments de calcul pour la désadaptation diffuse contenue dans l'article de revue.

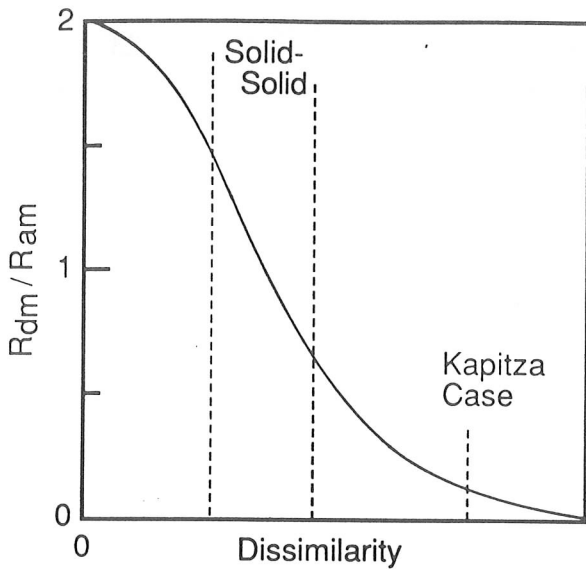


FIG. 14. Plot of the ratio of the diffuse mismatch model thermal boundary resistance to the acoustic mismatch model thermal boundary resistance vs the "amount of mismatch." The horizontal scale is qualitative and has arbitrary units; see text. The leftmost dotted line exemplifies a solid-solid boundary with relatively little dissimilarity, such as aluminum on quartz, the middle dotted line exemplifies a solid-solid boundary with large dissimilarity, such as platinum on quartz, and the rightmost dotted line marks the beginning of the region of extremely large dissimilarity, as found in the Kapitza (liquid helium-to-solid) case. The plot serves to summarize qualitatively the results of several calculations, including those in Table II. From Swartz (1987).

The only aspect of the calculation of a thermal boundary resistance using the acoustic mismatch model that must be modified for the diffuse mismatch model is the transmission probability. There are two inputs required to calculate the transmission probability for the diffuse mismatch model, namely, (1) the principle of detailed balance and (2) the definition of a diffuse scattering event at an interface.

The following definition of diffuse scattering will be used. A phonon with energy $\hbar\omega_i$, wave vector \mathbf{k}_i , and mode j_i is diffusely scattered if the resulting phonon's

wave vector \mathbf{k}_f and mode j_f are completely independent of \mathbf{k}_i and j_i . Simply put, the definition is that, after a diffuse scattering event, a phonon loses the memory of where it came from and what mode it was. (We shall assume for simplicity that the scattering events are elastic, i.e., that $\hbar\omega_i = \hbar\omega_f$.) This, like most definitions of a diffuse scattering event, is quite restrictive. For example, all correlations (except energy) between incoming and outgoing phonons are ignored. All structure of the scatterers is ignored. Yet the definition is useful for two reasons: it allows a simple calculation, and it leads to interesting results.

Because of this definition of diffuse scattering, the transmission probability $\alpha_{i,j}(\omega, \mathbf{k})$ for phonons from side i , with mode j (longitudinal or transverse), and with a given energy $\hbar\omega$, is independent of its wave vector and mode:

$$\alpha_{i,j}(\omega, \mathbf{k}) = \alpha_i(\omega) . \quad (2.13)$$

From our definition of diffuse scattering, it follows that¹⁷

$$\alpha_i(\omega) = 1 - \alpha_{3-i}(\omega) . \quad (2.14)$$

This equation states that (since a phonon forgets where it came from) the probability of reflection from one side must equal the probability of transmission from the other.

The number of phonons of energy $\hbar\omega$ per unit area per unit time leaving side i is

$$\sum_j \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta \cos\theta d\phi c_{i,j} N_{i,j}(\omega, T) \alpha_i(\omega) . \quad (2.15)$$

Here, $N_{i,j}(\omega, T)$ is the density of phonons with energy $\hbar\omega$ on side i with mode j at temperature T . [See also the explanation of Eq. (2.7).] Because the transmission probabilities are independent of incident angle, the angular integrals can be done immediately; the result is

$$\frac{1}{4} \left[\sum_j c_{i,j} N_{i,j}(\omega, T) \right] \alpha_i(\omega) . \quad (2.16)$$

From detailed balance, this must equal the number of phonons of energy $\hbar\omega$ leaving side $3-i$ per unit area per unit time:

$$\sum_j c_{i,j} N_{i,j}(\omega, T) \alpha_i(\omega) = \sum_j c_{3-i,j} N_{3-i,j}(\omega, T) [1 - \alpha_i(\omega)] . \quad (2.17)$$

From this, we can solve for the transmission probabilities:

$$\alpha_i(\omega) = \frac{\sum_j c_{3-i,j} N_{3-i,j}(\omega, T)}{\sum_{i,j} c_{i,j} N_{i,j}(\omega, T)} . \quad (2.18)$$

¹⁷We use the subscript $3-i$ to denote the side opposite to side i ; the side opposite side 1 is 2, and the side opposite to side 2 is 1.

We can now use this transmission probability to calculate the net heat flux, just as was done for the acoustic mismatch model. We shall again make the Debye approximation (though again with the generalization that the longitudinal and transverse phonon velocities are different) for the phonon velocities and phonon densities of states. Then we can write the transmission coefficients as

$$\alpha_i(\omega) = \frac{\sum_j c_{3-i,j}^{-2}}{\sum_{i,j} c_{i,j}^{-2}} \quad (2.19)$$

To calculate the thermal boundary resistance, we can start at Eqs. (2.10) and (2.11), since these are not specific to the acoustic mismatch model. In the present case, we know the transmission coefficients and can calculate the averaged transmission coefficients (the $\Gamma_{i,j}$):

$$\begin{aligned} \Gamma_{i,j} &= \int_0^{\pi/2} \frac{\sum_j c_{3-i,j}^{-2}}{\sum_{i,j} c_{i,j}^{-2}} \cos\theta \sin\theta d\theta \\ &= \frac{1}{2} \frac{\sum_j c_{3-i,j}^{-2}}{\sum_{i,j} c_{i,j}^{-2}} \end{aligned}$$

Immediately from this,

$$\left[\sum_j c_{i,j}^{-2} \Gamma_{i,j} \right] = \frac{1}{2} \frac{\left[\sum_j c_{i,j}^{-2} \right] \left[\sum_j c_{3-i,j}^{-2} \right]}{\sum_{i,j} c_{i,j}^{-2}} \quad (2.20)$$

In the low-temperature limit, the thermal boundary resistance in the limit of diffuse mismatch can therefore be written as

$$\begin{aligned} R_{dm} &= \left[\frac{\pi^2 k_B^4}{15 \hbar^3} \frac{1}{2} \frac{\left[\sum_j c_{i,j}^{-2} \right] \left[\sum_j c_{3-i,j}^{-2} \right]}{\sum_{i,j} c_{i,j}^{-2}} \right]^{-1} T^{-3} \\ &= \left[1.02 \times 10^{10} \frac{\left[\sum_j c_{i,j}^{-2} \right] \left[\sum_j c_{3-i,j}^{-2} \right]}{\sum_{i,j} c_{i,j}^{-2}} \right]^{-1} \\ &\quad \times T^{-3} \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} \text{K}^3 \frac{\text{K}}{\text{W/cm}^2} \right] \quad (2.21) \end{aligned}$$

This is the direct analog of Eq. (2.12).

The ratio of the diffuse thermal boundary resistance R_{dm} to the acoustic thermal boundary resistance R_{am} is (in the low-temperature limit)

$$\frac{R_{dm}}{R_{am}} = 2 \frac{\left[\sum_j c_{i,j}^{-2} \Gamma_{i,j} \right] \left[\sum_{i,j} c_{i,j}^{-2} \right]}{\left[\sum_j c_{i,j}^{-2} \right] \left[\sum_j c_{3-i,j}^{-2} \right]} \quad (2.22)$$

This relationship was qualitatively shown in Fig. 14. A

special case of Eq. (2.22) is the case of an imagined interface (both sides of the interface are identical). Then, as noted after Eq. (2.12), R_{am} simplifies, and $R_{dm}/R_{am} = 2$. The only dependence on the mass densities in Eq. (2.22) lies in the average transmission probabilities calculated using the acoustic mismatch model (the $\Gamma_{i,j}$ above); there is no mass density dependence in the diffuse mismatch model. Because the acoustic mismatch model calculations (specifically the $\Gamma_{i,j}$) must be performed numerically, the best way to understand how the above ratio varies with mass densities and phonon velocities is to compare calculations of the boundary resistances for several interfaces. To do this, we have used the acoustic properties listed in Table I for several solids and for the helium liquids. Table II contains the calculated boundary resistances (in the low-temperature limit); for the acoustic mismatch model, we used the tables of Cheeke, Ettinger, and Hebral (1976), and for the diffuse mismatch model, we used Eq. (2.21).

At higher temperatures, where there is a non-negligible probability of excitation of phonons near the zone boundary in at least one side of the interface, the realistic phonon dispersion and density of states must be considered in the calculation; the Debye picture of the solid breaks down. One way to extend the model is to calculate for

TABLE I. Mass densities and speeds of sound of several materials. These are required for calculating the thermal boundary resistances in Table II. The properties of rhodium are from Walker *et al.* (1981). The properties of helium are from Folsbee and Anderson (1974). The properties of all of the other materials can be found in Simmons and Wang (1971). L - and S -denote liquid and solid, respectively, svp denotes saturated vapor pressure, and atm denotes atmospheres of pressure.

Material	Density (g/cm ³)	c_L (10 ⁵ cm/sec)	c_T (10 ⁵ cm/sec)
Aluminum	2.70	6.24	3.04
Chromium	7.19	6.98	4.10
Copper	8.96	4.91	2.50
Gold	19.3	3.39	1.29
Indium	7.47	2.699	.905
Magnesium	1.7752	5.940	3.298
Lead	11.59	2.35	.97
Nickel	8.81	5.63	2.96
Platinum	21.62	4.174	1.750
Rhodium	12.4	5.83	3.96
Silver	10.63	3.78	1.74
Tungsten	19.320	5.248	2.908
Sapphire	3.97	10.89	6.45
Quartz	2.66	6.09	4.10
Silicon	2.33	8.970	5.332
Diamond	3.512	17.50	12.80
Calcite	2.717	6.75	3.48
CaF ₂	3.217	6.92	3.69
L - ⁴ He (svp)	0.145	0.238	
S - ⁴ He (38 atm)	0.198	0.540	0.250
L - ³ He (svp)	0.082	0.194	
L - ³ He (27 atm)	0.114	0.390	
S - ³ He (38 atm)	0.128	0.580	0.210

each phonon state the transmission probability using the exact phonon velocities and densities of states. Then the integral over frequencies is nontrivial and must be done numerically. To see the qualitative behavior of the boundary resistance at high temperatures, for an interface between solids in which one solid has much higher Debye temperature than the other (e.g., Rh:Fe on sapphire), we can assume the dispersion of a linear chain and the appropriate cutoff frequencies for the side with lower Debye temperature (e.g., Rh:Fe). In this case the calculation of the transmission probabilities and the numerical integration can be done relatively easily. The result of this calculation (Swartz, 1987) is used in this review as the prediction of the diffuse mismatch model in the plots of the thermal boundary resistance at the Rh:Fe-sapphire interfaces in Sec IV. The deviation of R_{Bd} from the T^{-3} behavior is seen at temperatures above about 60 K in Fig. 6 (see also Sec. IV). This is an effect of the phonon cutoff frequency in the Rh:Fe. There is also a slight decrease in $R_{Bd}T^3$ at temperatures corresponding to the Rh:Fe zone boundary, due to the increased phonon density of states near the zone boundary. For a discussion of inelastic scattering in the diffuse mismatch model, see Sec. IV.D.

E. The phonon radiation limit

The Kapitza resistance has always been found to be lower than predicted by the acoustic mismatch model, often by orders of magnitude (see Fig. 1). This had led to the general question: What is the smallest thermal boundary resistance that can be realized, i.e., what is the maximum possible (phonon-dominated) thermal boundary conductivity for an interface? The answer first proposed was based on the so-called *phonon radiation limit* (Snyder, 1970). In this limit, *all* phonons from the side with the lower phonon density (the solid side at Kapitza boundaries) are assumed to be transmitted. From the side with higher phonon density (the helium side at Kapitza boundaries), precisely enough phonons are transmitted to satisfy the principle of detailed balance and the second law of thermodynamics. That this is the maximum transport which does not violate the principle of detailed balance is clear; no more than all the phonons from the solid side can be transmitted. This limit has sometimes been called the "perfect match model," a misnomer, because it is not a model, but simply a limit. There is no mention of the physics (or demon) which al-

TABLE II. Calculated low-temperature acoustic mismatch model thermal boundary resistances and low-temperature diffuse mismatch model thermal boundary resistances for several interfaces. The numbers reported are $R_{Bd}T^3$ with units $K^4/(W/cm^2)$. The materials are assumed to be isotropic Debye solids with the properties given in Table I. Note that the range of values is very limited, especially for a given substrate. Note also that, for solid-solid interfaces, there is very little difference between the predictions of the two models, and that the diffuse mismatch model prediction can lie either above or below the acoustic mismatch model prediction. The acoustic mismatch values were calculated using the tables of Cheeke, Ettinger, and Hebral (1976). The diffuse mismatch values were calculated using Eq. (2.21). The asterisks mark interfaces studied by Swartz and Pohl using techniques described in Sec. IV. B. 4. From Swartz and Pohl (1987). See Figs. 1 and 2 for the values of the Kapitza resistances to copper.

	Sapphire		Quartz		Silicon			
	AMM	DMM	AMM	DMM	AMM	DMM		
Aluminum	21.0	*	21.4	6.50	*	10.8	11.8	15.9
Chromium	18.5		24.4	9.77		13.8	14.5	18.9
Copper	18.5		20.1	8.66		9.43	14.3	14.6
Gold	18.9	*	18.1	8.12		7.48	15.8	12.6
Indium	20.4		17.7	7.19		7.10	12.1	12.2
Lead	18.8		17.8	7.67		7.14	12.8	12.3
Nickel	19.7		21.1	9.32		10.5	15.5	15.6
Platinum	20.8		18.7	13.0		8.10	21.3	13.2
Rhodium	20.8	*	23.6	13.0	*	13.0	19.2	18.1
Silver	18.2		18.7	8.66		8.06	13.8	13.2
	Diamond		Calcite		CaF ₂			
	AMM	DMM	AMM	DMM	AMM	DMM		
Aluminum	78.0		67.4	5.19		9.29	6.06	9.89
Chromium	60.0		70.4	8.33		12.3	8.24	12.9
Copper	61.3		66.1	6.77		7.95	6.94	8.56
Gold	60.3		64.1	7.98		6.00	7.70	6.60
Indium	88.0		63.7	5.51		5.62	6.26	6.22
Lead	75.0		63.8	5.85		5.67	6.34	6.27
Nickel	61.3		67.1	8.40		9.01	8.47	9.62
Platinum	60.5		64.7	9.31		6.62	9.39	7.22
Rhodium	62.0		69.6	10.9		11.5	10.2	12.1
Silver	61.5		64.7	6.51		6.58	6.71	7.19

lows precisely the correct number of phonons to transmit from the side with higher phonon density. The ratio R_{prt}/R_{am} can be interpreted as the fraction of the energy transported across the interface to that incident on the interface (from the side with lower phonon density). At boundaries to helium this is an averaged transmission probability for phonons incident from the solid side. Also, at boundaries to helium, $R_{prt} \simeq R_{dm}$, and thus R_{dm}/R_{am} can be interpreted in the same way.

In the previous section we discussed the diffuse mismatch model, which for Kapitza boundaries leads to a thermal boundary resistance nearly as low as that derived from the phonon radiation limit. Unlike the phonon radiation limit, the diffuse mismatch model provides physical justification for the high phonon transmission probability from a solid into helium and at the same time

shows physically why the probability of phonon transmission from helium into a solid is such that the principle of detailed balance is satisfied. No demon is required. At the same time, the diffuse mismatch model can be used to predict that the phonon transmission probabilities at solid-solid interfaces are never vastly higher than those predicted using the acoustic mismatch model, but in some cases are slightly higher, and in other cases are slightly lower. Experimental tests of this prediction follow in Sec. IV.B.3.

4) Conclusion:

Au dessous de .1K, et spécialement pour une interface solide- solide,sauf cas très particulier (par exemple de couplage magnétique , tel qu'en produit He 3), on peut appliquer le modèle acoustique dans les échanges thermiques. Il faut néanmoins se méfier des interfaces à base de colles ou de plastiques qui ont des spectres d'absorption étendu mêmes à froid. Toutefois si la longueur d'onde dominante est $<$ à l'épaisseur, au moins la composante longitudinale devrait se comporter de façon classique. Il faut quand même soigner la surface en ne créant pas à son voisinage une zone de défaut diffusif. Mais l'important est de savoir ce que l'on cherche: transmission, de quoi, et pour quoi faire. Enfin remarquons que nous avons essayé de traiter des situations d'équilibre. Ce n'est pas du tout le cas pour le gaz de phonon engendré par un choc de particule.

5) Bibliographie sommaire

*** E.T Swartz and R.O. Pohl

Thermal boundary resistance Rev Mod. Phys vol 61 No 3 July 1989

Très complet , le plus récent, grande richesse de références.

*** O.V. Lounasmaa Experimental Principles and Methods Belows 1K

Academic Press (1974) *La bible des très basses températures*

** J.P. Harrison Heat transfert between Liquid Helium and solids
below 100 mK

Journal of Low Temp Phys Vol 37 No 5/6 (1979)

Bien détaillé pour les plus basses températures